

2.2.17 Násobení zlomků I

Předpoklady: 020216

Pedagogická poznámka: Násobení zlomků jsem se původně pokusil zavést v jedné hodině, ale takto připravená původní hodina se ukázala naprosto neprůchozí. Poučen tímto nezdarem jsem dělení rozdělil do tří hodin a zavádím postupně násobení zlomku celým číslem, pak zlomkem s jednotkovým čitatelem a teprve třetí hodinu násobení libovolných dvou zlomků. Jako největší problém stále vidím, aby žáci přijali, že předložka „z“ znamená násobení (polovinu ze dvou třetin).

Př. 1: Zapiš jako zlomek v základním tvaru.

a) 1,2

b) 3

c) $2\frac{2}{3}$

d) 17

a) $1,2 = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$

b) $3 = \frac{3}{1}$

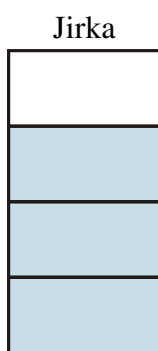
c) $2\frac{2}{3} = \frac{8}{3}$

d) $17 = \frac{17}{1}$

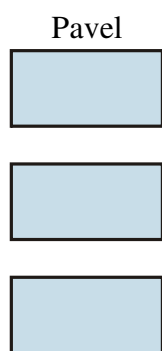
Pedagogická poznámka: Největší problémy jsou s bodem b), kde je některým žákům třeba připomenou, že celek můžeme rozdělit na jednu část (a tak ho nechat v původním stavu) a tak získat jedninu.

Pedagogická poznámka: U následujícího příkladu se vyplatí žákům, kteří potřebují více kreslit a nemají čtverečkováný sešit, dát kousek čtverečkováného papíru.

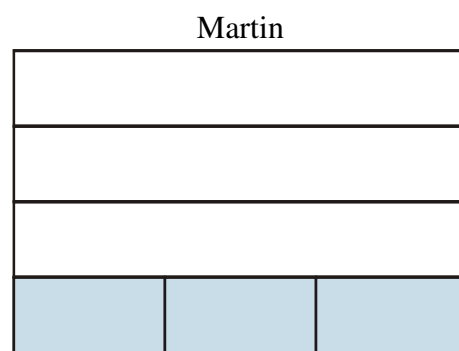
Př. 2: Kluci sbírají žaludy. Jirka nasbíral tři čtvrtiny pytle. Pavel nasbíral tři plné menší pytle o čtvrtinové velikosti a Martin čtvrtinu z velkého pytle, který je třikrát větší než pytel, který používal Jirka. Kdo nasbíral nejvíc? Všechny výsledky nakresli. Všechny výsledky zapiš zlomkem.



$$\frac{3}{4}$$



$$3 \cdot \frac{1}{4}$$



$$\frac{1}{4} \cdot 3$$

Všichni kluci nasbírali stejně $\Rightarrow$ platí $\frac{3}{4} = 3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \cdot 3$.

Skutečnost, že všechny tři zápisy znamenají to samé, je zřejmá i z přechtení:

- $\frac{3}{4}$: tři čtvrtiny,

- $3 \cdot \frac{1}{4}$: třikrát jedna čtvrtina (tedy tři čtvrtiny),
- $\frac{1}{4} \cdot 3$: jedna čtvrtina ze tří (máme tři celky, z každého vezmeme jednu čtvrtinu $\Rightarrow$ budeme mít tři čtvrtiny).

Př. 3: Vypočti a výsledky převed' na základní tvar. Každý z výrazů přečti.

a) $6 \cdot \frac{1}{9}$ b) $\frac{5}{2} \cdot 4$ c) $4 \cdot \frac{5}{12}$ d) $\frac{3}{10} \cdot 15$ e) $12 \cdot \frac{3}{4}$ f) $5 \cdot \frac{7}{10} \cdot 4$

a) $6 \cdot \frac{1}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ (šestkrát jedna devítina)

b) $\frac{5}{2} \cdot 4 = \frac{20}{2} = \frac{10}{1} = 10$ (pět polovin ze čtyř)

c) $4 \cdot \frac{5}{12} = \frac{20}{12} = \frac{5}{3}$ (čtyřnásobek pěti dvanáctin)

d) $\frac{3}{10} \cdot 15 = \frac{45}{10} = \frac{9}{2}$ (tři desetiny z patnácti)

e) $12 \cdot \frac{3}{4} = \frac{36}{4} = \frac{9}{1} = 9$ (dvanáctinásobek tři čtvrtin)

f) $5 \cdot \frac{7}{10} \cdot 4 = \frac{35}{10} \cdot 4 = \frac{7}{2} \cdot 4 = \frac{28}{2} = 14$ (pětinásobek sedmi desetin ze čtyř)

Př. 4: Čím jsme násobili zlomky v předchozím příkladu? Jak toto násobení probíhalo?

Ve všech bodech předchozího příkladu jsme násobili zlomek přirozeným číslem. Násobení jsme prováděli tak, že jsme přirozeným číslem vynásobili pouze čítele.

Když násobíme zlomek přirozeným číslem, vynásobíme přirozeným číslem pouze čítele zlomku (dáváme dohromady několik stejných hromad, při tom se velikost kousků nemění).

Výpočty z příkladu 3 můžeme provádět i úsporněji.

a) $6 \cdot \frac{1}{9} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 3} = \frac{2}{3}$ b) $\frac{5}{2} \cdot 4 = \frac{5 \cdot 2 \cdot 2}{2} = \frac{10}{1} = 10$ c) $4 \cdot \frac{5}{12} = \frac{4 \cdot 5}{4 \cdot 3} = \frac{5}{3}$

d) $\frac{3}{10} \cdot 15 = \frac{3 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{9}{2}$ e) $12 \cdot \frac{3}{4} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 3}{4} = \frac{9}{1} = 9$ f) $5 \cdot \frac{7}{10} \cdot 4 = \frac{5 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{7 \cdot 2}{1} = 14$

Př. 5: Zapiš v základním tvaru.

a) $\frac{8}{20}$

b) $\frac{15}{20}$

c) $\frac{8 \cdot 14 \cdot 6}{21 \cdot 16}$

d) $\frac{22 \cdot 32}{24 \cdot 33}$

e) $\frac{56}{72}$

f) $\frac{55}{75}$

a) $\frac{8}{20} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 4} = \frac{2}{5}$

b) $\frac{15}{20} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{3}{4}$

c) $\frac{8 \cdot 14 \cdot 6}{21 \cdot 16} = \frac{8 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 3}{3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 8} = 2$

d) $\frac{22 \cdot 32}{24 \cdot 33} = \frac{2 \cdot 11 \cdot 4 \cdot 8}{8 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11} = \frac{8}{9}$

e) $\frac{56}{72} = \frac{7 \cdot 8}{9 \cdot 8} = \frac{7}{9}$

f) $\frac{55}{75} = \frac{5 \cdot 11}{5 \cdot 15} = \frac{11}{15}$

Př. 6: Sečti.

a) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$

b) $\frac{7}{12} + \frac{4}{15}$

c) $\frac{1}{3} + \frac{3}{4}$

d) $\frac{5}{12} + \frac{7}{16}$

a) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$

b) $\frac{7}{12} + \frac{4}{15} = \frac{7 \cdot 5}{12 \cdot 5} + \frac{4 \cdot 4}{15 \cdot 4} = \frac{35}{60} + \frac{16}{60} = \frac{51}{60}$

c) $\frac{1}{3} + \frac{3}{4} = \frac{4}{12} + \frac{9}{12} = \frac{13}{12}$

d) $\frac{5}{12} + \frac{7}{16} = \frac{5 \cdot 4}{12 \cdot 4} + \frac{7 \cdot 3}{16 \cdot 3} = \frac{20}{48} + \frac{21}{48} = \frac{41}{48}$

Př. 7: Do plné nádrže se vejde 42 litrů, na jeden litr nafty auto ujede 20 km. Ukazatel množství nafty na přístrojové desce má 12 dílů. Jaká část nádrže je ještě plná, pokud ručička ukazuje: a) 11 b) 9 c) 6 d) 4 e) 1 dílů?
Pro každou možnost urči kolik litrů nafty je ještě v nádrži a jakou vzdálenost je možné ujet.

počet dílků	část nádrže	nafta v nádrži v litrech	vzdálenost v km
11	$\frac{11}{12}$	$\frac{11}{12} \cdot 42 = \frac{11 \cdot 6 \cdot 7}{6 \cdot 2} = \frac{77}{2} = 38,5$	$38,5 \cdot 20 = 770$
9	$\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$	$\frac{3}{4} \cdot 42 = \frac{3 \cdot 2 \cdot 21}{2 \cdot 2} = \frac{63}{2} = 31,5$	$31,5 \cdot 20 = 630$
6	$\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \cdot 42 = 21$	$21 \cdot 20 = 420$
4	$\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3} \cdot 42 = \frac{3 \cdot 14}{3} = 14$	$14 \cdot 20 = 280$
1	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12} \cdot 42 = \frac{6 \cdot 7}{6 \cdot 2} = \frac{7}{2} = 3,5$	$3,5 \cdot 20 = 70$

Př. 8: Vypočti a výsledky převed' na základní tvar. Každý z výrazů přečti.

a) $5 \cdot \frac{1}{15}$

b) $\frac{5}{9} \cdot 6$

c) $9 \cdot \frac{7}{12}$

d) $\frac{5}{12} \cdot 15$

e) $12 \cdot \frac{3}{20}$

f) $9 \cdot \frac{2}{15} \cdot 5$

a) $5 \cdot \frac{1}{15} = \frac{5}{3 \cdot 3} = \frac{1}{3}$

b) $\frac{5}{9} \cdot 6 = \frac{5 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 3} = \frac{10}{3}$

c) $9 \cdot \frac{7}{12} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 7}{4 \cdot 3} = \frac{21}{4}$

$$\text{d) } \frac{5}{12} \cdot 15 = \frac{5 \cdot 3 \cdot 5}{3 \cdot 4} = \frac{25}{4} \quad \text{e) } 12 \cdot \frac{3}{20} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 3}{5 \cdot 4} = \frac{9}{5} \quad \text{f) } 9 \cdot \frac{2}{15} \cdot 5 = \frac{3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = 6$$

Shrnutí: Při násobení zlomků přirozeným číslem násobíme tímto číslem čítelel.